第4講　集合・命題と条件

§1　集合と要素，部分集合

要点整理 と 公式

要点1 集合とは

「集合」… 範囲のはっきりしたものの集まり。

「要素」… 集合を構成する1つ1つのもの。

xが集合Aの要素であることをx ＿＿ Aと表す。

xが集合Aの要素でないことをx ＿＿ Aと表す。

(ex) 自然数全体の集合をAとすると

1 ＿＿ A,　$\frac{3}{2}$ ＿＿ A,　-2 ＿＿ A,　0 ＿＿ A

要点2 集合の表し方

集合は，$\{\quad\}$ の中にその要素を書き並べて表す。

(ex)　10の正の約数全体の集合をAとすると　$A=\{\qquad\qquad\}$

20以下の自然数全体の集合をBとすると　$B=\{\qquad\qquad\}$

要素が満たすべき条件を示す書き方もある。

(ex)　10の正の約数全体の集合をAとすると　$A=\{\qquad\qquad\}$

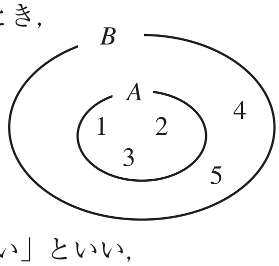
要点3 部分集合

「部分集合」… 2つの集合A，Bにおいて，Aのどの要素もBの要素であるとき，

AはBの「　　　　　」であるといい，A ＿＿ Bと表す。

(ex) $A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{x \mid x$は5以下の自然数$\}$のとき，

$A\subset B$である。



「空集合」… 要素が1つもない集合。＿＿と表す。

どんな集合においても，空集合はその部分集合である。

2つの集合AとBの要素がすべて一致しているとき，AとBは「等しい」といい，$A=B$と表す。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛メモ｝

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1

(1) 次の集合を，$\{\quad\}$ の中に要素を書き並べて表せ。

(i) 1 以上 30 以下の 3 の倍数全体の集合 A

(ii) 24 の正の約数全体の集合 B

(2) $A=\{2, 3, 5, 7\}$ と次の集合との間に成り立つ関係を，記号$\subset$，$=$を用いて表せ。

$B=\{2,\ 3\}$，$C=\{x \mid x$ は 10 以下の素数$\}$，$D=\{1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 7\}$，$E=\varnothing$

Point Pickup

集合の表し方

要素を $\{\quad\}$ の中に書き並べて表す。条件を書く方法もある。

集合の関係（包含関係）

要素を書き並べて表した 2 つの集合 A，B について

A の要素が B にすべて含まれている $\Longrightarrow$ A ＿＿＿ B

A の要素が B の要素と完全一致 $\Longrightarrow$ A ＿＿＿ B

空集合$\varnothing$は，すべての集合の部分集合である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

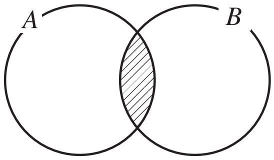
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§2 ▶ 共通部分と和集合，全体集合と補集合

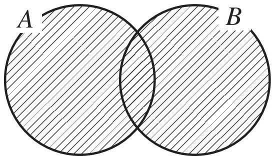
要点整理 と 公式

要点4 共通部分と和集合

「共通部分」… 2つの集合 A，B の「　　　　　」に入っている要素全体の集合を，集合 A と B の「　　　　　　　」といい，A ＿＿＿ B と表す。



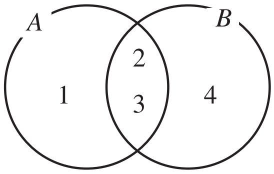
「和集合」… 2つの集合 A，B の「　　　　　　　　　」に入っている要素全体の集合を，集合 A と B の「　　　　　　」といい，A ＿＿＿ B と表す。



(ex) $A=\{1,\ 2,\ 3\}$，$B=\{2,\ 3,\ 4\}$ のとき

$A\cap B=\{$　　　　　　　$\}$

$A\cup B=\{$　　　　　　　　　　$\}$

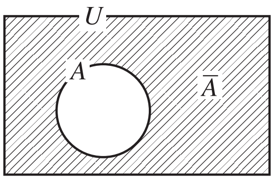


※右上のように，集合とその要素を図に表したものを「　　　　　　」という。

要点5 全体集合と補集合

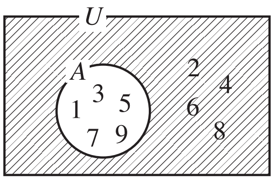
「全体集合」… 1つの集合 U を定めて，U の要素や部分集合だけを考えるとき，集合 U を「　　　　　　　」という。

「補集合」…… 全体集合 U の部分集合 A に対して，U の要素のうち A に属さないもの全体の集合を，A の「　　　　　　」といい，＿＿＿で表す。



(ex) $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\}$ を全体集合とするとき，

$A=\{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9\}$ について，$\overline{A}=\{$　　　　　　　　　　　　$\}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2

(1)　$U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ 10\}$ を全体集合とする。2つの集合 $A=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$B=\{2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めよ。

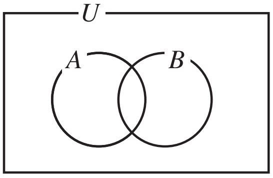
(i)　$A\cap B$　　(ii)　$A\cup B$　　(iii)　$\overline{A}$　　(iv)　$\overline{A}\cap B$

(2)　$\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$，$\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$ が成り立つことを，図を用いて確かめよ。

Point Pickup

2つの集合の共通部分と和集合

⟹「　　　　　」をかいて考える。



① 右図のようにベースとなる図をかく。

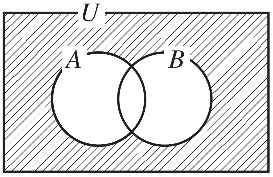
② 「　　　　　　」$A\cap B$ となる要素を図に書き入れる。

③ A，B のそれぞれの要素で，$A\cap B$ でないものを書き入れる。

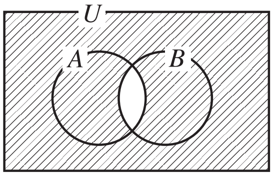
④ U の要素のうち，「　　　　　」$A\cup B$ でないものを書き入れる。

ド・モルガンの法則

① $\overline{A\cup B}=\overline{A}\cap\overline{B}$



② $\overline{A\cap B}=\overline{A}\cup\overline{B}$



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§3 ▶ 命題と条件

要点整理 と 公式

要点6 命題

「命題」… 正しいか正しくないかが明確に決まる文や式。

(ex)「-1は自然数である」は＿＿＿＿＿＿

「10000は大きい数である」は＿＿＿＿＿＿

命題が正しいとき，その命題は「　　　」であるといい，

命題が正しくないとき，その命題は「　　　」であるという。

(ex)「2は6の約数である」は＿＿＿の命題である。

要点7 条件

「条件」… 文字を含む文や式。　(ex)「$x>2$」「x は自然数である」

x に関する2つの条件 p，q を，$p : x>3$，$q : x \geqq 0$ とする。

命題「$x>3$ ならば $x \geqq 0$」は，p，q を用いると「p ならば q」と表される。

これを記号「　　　」を用いて「p　　　q」と表すことができる。

「p ならば q」(「$p \Longrightarrow q$」)という形の命題において，

条件 p をこの命題の「　　　」，条件 q をこの命題の「　　　」という。

要点8 命題と集合

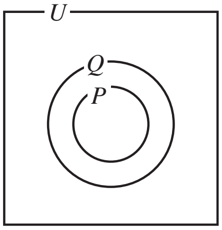
命題「$x>3$ ならば $x \geqq 0$」について

条件 $x>3$ を満たす実数 x 全体の集合を P，

条件 $x \geqq 0$ を満たす実数 x 全体の集合を Q とすると，

Pの要素はすべてQを満たす。つまり$P \subset Q$ である。

よって，この命題は真である。



命題「$p \Longrightarrow q$」が真のとき，p を満たすものはすべて q を満たす。

命題「$p \Longrightarrow q$」が偽のとき，p は満たすが q を満たさないものがある。

その例を「　　　」という。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3

(1)　次の命題の真偽を調べよ。ただし，x，y は実数とする。

(i)　正方形は長方形である。　　(ii)　$x^2=y^2$　ならば　$x=y$　である。

(2)　次の命題の真偽を調べよ。ただし，n は自然数とする。

(i)　$x<2 \Longrightarrow x<5$

(ii)　$2<x<5 \Longrightarrow 3<x<7$

(iii)　n は18の約数　$\Longrightarrow$　n は12の約数

Point Pickup

命題の真偽

$\Longrightarrow$「　　　　」を探す。1つでもあれば，その命題は「　　　」である。

「　　　　」がなければ，その命題は「　　　」である。

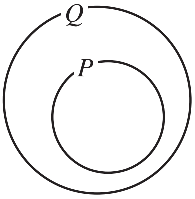
集合を用いた命題の真偽

条件 p を満たす要素全体の集合を P，

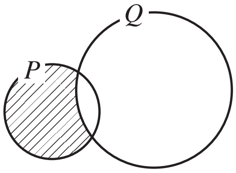
条件 q を満たす要素全体の集合を Q とすると，

$P \subset Q$　ならば　$p \Longrightarrow q$　は＿＿＿＿

$P \cap \overline{Q}$ の要素が存在するならば　$p \Longrightarrow q$　は＿＿＿＿



$p \Longrightarrow q$ は＿＿＿＿



$p \Longrightarrow q$ は＿＿＿＿

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§4 ▸ 必要条件と十分条件，逆・裏・対偶

要点整理 と 公式

要点 9 必要条件と十分条件

２つの条件 p，q について，命題　$p \Longrightarrow q$　が真であるとき

q は p であるための「　　　　　」　p は q であるための「　　　　　」という。

（ex）命題「$x=1 \Longrightarrow x^2=1$」が真であることより

$x^2=1$ は $x=1$ であるための「　　　　条件」

$x=1$ は $x^2=1$ であるための「　　　　条件」である。

２つの命題 $p \Longrightarrow q$，$q \Longrightarrow p$ がともに真であるとき，「p　　　q」と書く。

このとき，p と q は「同値」という。また，p は q であるための「　　　　　　　」という。

要点 10 条件の否定

条件 p に対して，条件「p でない」を条件 p の「　　　　」といい，「$\overline{p}$」と表す。

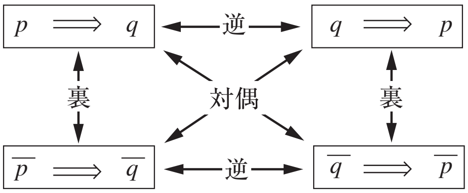
２つの集合P，Q について，ド・モルガンの法則 $\overline{P \cap Q}=\overline{P} \cup \overline{Q}$，$\overline{P \cup Q}=\overline{P} \cap \overline{Q}$ が

成り立つことから，次のことが成り立つ。

■ **条件 p かつ q の否定，p または q の否定**

$\overline{p\ \text{かつ}\ q} \Longleftrightarrow \overline{p}\ \text{または}\ \overline{q}$　　　$\overline{p\ \text{または}\ q} \Longleftrightarrow \overline{p}\ \text{かつ}\ \overline{q}$

要点 11 命題の逆・対偶・裏



命題　$p \Longrightarrow q$ に対して

$q \Longrightarrow p$　を　$p \Longrightarrow q$　の「　　　」

$\overline{q} \Longrightarrow \overline{p}$　を　$p \Longrightarrow q$　の「　　　　」

$\overline{p} \Longrightarrow \overline{q}$　を　$p \Longrightarrow q$　の「　　　」という。

（ex）n を整数とするとき，命題「$n=1 \Longrightarrow n$ は自然数」に対して

逆は　「n は自然数 $\Longrightarrow n=1$」

対偶は「　　　　　　　　$\Longrightarrow$　　　　　　　」

裏は　「$n \neq 1 \Longrightarrow n$ は自然数でない」

もとの命題が真であるとき，その対偶は真である。また逆や裏は真であるとは限らない。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ メモ }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

x，y は実数とする。次の問いに答えよ。

(1)　次の □ に「必要条件である」「十分条件である」のうち適切なものを入れよ。

(i)　$x=3$　は　$x^2=3x$　であるための □。

(ii)　$xy=0$　は　$x=0$　であるための □。

(2)　次の条件の否定を述べよ。

(i)　x は有理数である。

(ii)　$x=0$　かつ　$y=0$

(iii)　$x<4$　または　$y \geqq -2$

(3)　命題「$x+y$ が有理数　$\Longrightarrow$　x，y の少なくとも一方は有理数」の対偶を述べ，その真偽を答えよ。

Point Pickup

必要条件・十分条件の調べ方

「p は q であるための □ 条件か」という問いに対して

①　p　$\Longrightarrow$　q の真偽を調べ，真ならば，p は q であるための＿＿＿＿条件

②　q　$\Longrightarrow$　p の真偽を調べ，真ならば，p は q であるための＿＿＿＿条件

条件の否定

①　「～である」の否定は「～でない」。「～でない」の否定は「～である」。

②　「○　かつ　□」の否定は「○でない　　　　　　□でない」

「○　または　□」の否定は「○でない　　　　　　□でない」

対偶を用いた真偽の判定

命題「p　$\Longrightarrow$　q」とその対偶「　　　　　　　」の真偽は「　　　　　　　」。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ 解答 }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　確認テスト

1　2つの集合$A=\{3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{x\,|\,x$は10以下の素数$\}$について，AとBの間に成り立つ関係は［ア］である。［ア］にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　$A\subset B$　　②　$B\subset A$　　③　$A=B$

2　$U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$を全体集合とするとき，その部分集合$A=\{0,\ 3,\ 6\}$，$B=\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$について，次の集合を求めよ。各集合の要素は小さい順に答えよ。

(1)　$A\cap B=\{$［イ］，［ウ］$\}$

(2)　$A\cup B=\{$［エ］，［オ］，［カ］，［キ］，［ク］，［ケ］$\}$

(3)　$\overline{B}=\{$［コ］，［サ］，［シ］，［ス］$\}$

3　次の［セ］にあてはまるものは　①必要条件である　②十分条件である

$x^2=9$　は　$x=3$　であるための［セ］。

4　命題「$x>0$　または　$y>0\ \Longrightarrow\ xy>0$」の対偶は［ソ］，その真偽は［タ］である。

［ソ］，［タ］にあてはまるものを次の①～⑤から選べ。

①　「$xy>0\ \Longrightarrow\ x>0$　または　$y>0$」　②　「$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0\ \Longrightarrow\ xy\leqq 0$」

③　「$xy\leqq 0\ \Longrightarrow\ x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$」　④　真

⑤　偽

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

{ Note }

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　集合・命題と条件

1

（1）(i)　$A=\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

(ii)　$B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

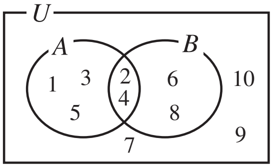
（2）$B=\{2, 3\}$，$C=\{2, 3, 5, 7\}$，$D=\{1, 2, 3, 5, 7\}$，$E=\varnothing$ より，

$A=\{2, 3, 5, 7\}$ との関係は

$B \subset A$，　$A=C$，　$A \subset D$，　$E \subset A$

2

（1）ベン図は右図。



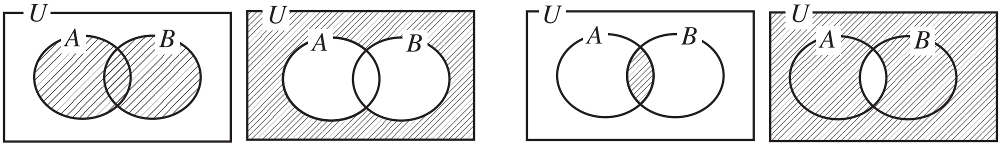
(i)　$A \cap B=\{2, 4\}$

(ii)　$A \cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

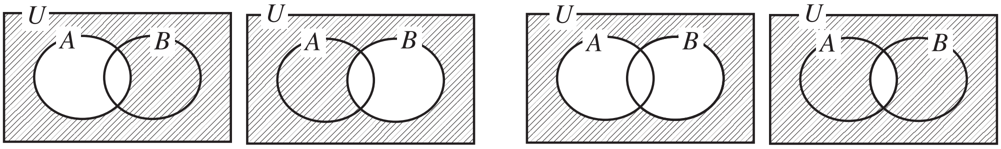
(iii)　$\overline{A}=\{6, 7, 8, 9, 10\}$

(iv)　$\overline{A} \cap B=\{6, 8\}$

（2）　$A \cup B$　　$\overline{A \cup B}$　　$A \cap B$　　$\overline{A \cap B}$



$\overline{A}$　　$\overline{B}$　　$\overline{A} \cap \overline{B}$　　$\overline{A} \cup \overline{B}$



よって　図より，$\overline{A \cup B}=\overline{A} \cap \overline{B}$，$\overline{A \cap B}=\overline{A} \cup \overline{B}$ が成り立つ

3

（1）(i)　真　　(ii)　偽（反例　$x=1$，$y=-1$）

（2）(i)　真　　(ii)　偽（反例　$x=3$）　　(iii)　偽（反例　$n=9$）

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

4

(1)　(i)　十分条件である　　(ii)　必要条件である

(2)　(i)　x は無理数である　　(ii)　$x \neq 0$　または　$y \neq 0$　　(iii)　$x \geqq 4$　かつ　$y < -2$

(3)　x，y はともに無理数 $\Longrightarrow$ $x+y$ は無理数

これは偽である。反例 $x=\sqrt{2}$，$y=-\sqrt{2}$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第4講　確認テスト

1　2つの集合$A=\{3,\ 5,\ 7\}$，$B=\{x\,|\,x$は10以下の素数$\}$について，AとBの間に成り立つ関係は［ア］である。［ア］にあてはまるものを次の①～③から選べ。

①　$A\subset B$　　②　$B\subset A$　　③　$A=B$

2　$U=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ を全体集合とするとき，その部分集合 $A=\{0,\ 3,\ 6\}$，$B=\{0,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8\}$ について，次の集合を求めよ。各集合の要素は小さい順に答えよ。

(1)　$A\cap B=\{$［イ］，［ウ］$\}$

(2)　$A\cup B=\{$［エ］，［オ］，［カ］，［キ］，［ク］，［ケ］$\}$

(3)　$\overline{B}=\{$［コ］，［サ］，［シ］，［ス］$\}$

3　次の［セ］にあてはまるものは　①必要条件である　②十分条件である

$x^2=9$　は　$x=3$　であるための［セ］。

4　命題「$x>0$　または　$y>0$　$\Longrightarrow$　$xy>0$」の対偶は［ソ］，その真偽は［タ］である。

［ソ］，［タ］にあてはまるものを次の①～⑤から選べ。

①　「$xy>0$　$\Longrightarrow$　$x>0$　または　$y>0$」　②　「$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$　$\Longrightarrow$　$xy\leqq 0$」

③　「$xy\leqq 0$　$\Longrightarrow$　$x\leqq 0$　かつ　$y\leqq 0$」　④　真

⑤　偽

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

｛解答｝

1　ア　①

2　(1)　イ　0　　ウ　6

(2)　エ　0　　オ　2　　カ　3　　キ　4　　ク　6　　ケ　8

(3)　コ　1　　サ　3　　シ　5　　ス　7

3　セ　①

4　ソ　③　　タ　⑤

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。